TD 5 : CONDUIRE UNE POLITIQUE PUBLIQUE DE SECOND RANG

<u>Question 5.3.</u> Second rang.

Soit une économie comportant un seul consommateur dont les préférences sont données par :
$U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$
x_1 et x_2 donnent les niveaux de consommation et l est le temps consacré au travail.
On suppose que les 2 biens sont produits à partir du travail uniquement.
Les unités sont choisies de telle manière que les prix du producteur pour les 2 biens (q_1 et q_2) et le taux de rémunération (w) sont égaux à 1.

a. Ecrivez le programme de maximisation du consommateur et déterminez sa demande de biens et son offre de travail.

Le consommateur tire son revenu du temps qu'il passe à travailler (wl) et le dépense entièrement pour acheter des biens ($q_1x_1 + q_2x_2$).
Sa contrainte budgétaire peut donc s'écrire : $q_1x_1 + q_2x_2 = wl$
Comme $q_1 = q_2 = w = 1$, on obtient : $x_1 + x_2 = l$

Le programme du consommateur s'écrit donc :
Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$
s.c. $x_1 + x_2 = l$

Le problème peut se résoudre à : Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - x_1 - x_2$

La condition nécessaire pour le bien i (i=1,2) est : $\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} - 1 = 0$ soit : $x_i = 1$

Ainsi, les demandes de biens du consommateur sont : $\boxed{x_1 = x_2 = 1}$ et son offre de travail est : $\boxed{l = x_1 + x_2 = 2}$

Le gouvernement souhaite prélever un montant T=1 au consommateur pour financer ses activités. Pour cela, il envisage deux systèmes de taxation différents : la taxation des biens d'une part et la taxation du revenu d'autre part.

b. On se place dans le cas où le gouvernement choisit de taxer les biens.
Ecrivez le programme de maximisation du consommateur adapté à ce nouveau contexte. Déterminez ses fonctions de demande pour les deux biens. Appliquez la règle de l'élasticité inverse pour montrer que les deux biens doivent être taxés de la même manière.
Calculez le montant de la taxe permettant d'obtenir un niveau de revenu T=1.
Déduisez-en la demande pour chaque bien et l'offre de travail.

Dans la mesure où le gouvernement taxe les 2 biens, les prix pour le consommateur s'écrivent désormais : (q_1+t_1) et (q_2+t_2) et la contrainte budgétaire devient :
$(q_1 + t_1)x_1 + (q_2 + t_2)x_2 = wl$
Comme on a toujours $q_1 = q_2 = w = 1$, on en déduit : $(1 + t_1)x_1 + (1 + t_2)x_2 = l$

Le programme du consommateur s'écrit donc :
Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$
s.c. $(1+t_1)x_1 + (1+t_2)x_2 = l$

Le problème peut se résoudre à : Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - (1+t_1)x_1 - (1+t_2)x_2$

La condition nécessaire pour le bien i (i=1,2) est : $\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} - (1+t_i) = 0$ soit : $\boxed{x_i = \frac{1}{1+t_i}}$

Les fonctions de demande pour les deux biens s'écrivent donc : $\boxed{x_1 = \frac{1}{1+t_1}}$ et $\boxed{x_2 = \frac{1}{1+t_2}}$

La règle de l'élasticité inverse indique que : $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\varepsilon_2^d}{\varepsilon_1^d}$

Dans la mesure où les fonctions de demande pour les 2 biens sont identiques, on a : $\varepsilon_1^d = \varepsilon_2^d$, soit : $\frac{\varepsilon_2^d}{\varepsilon_1^d} = 1$. [*Rappel du calcul de l'élasticité :* $\varepsilon_i^d = \frac{q_i}{x_i}\frac{dx_i}{dq_i}$]

Ainsi, la règle de l'élasticité inverse indique que : $\frac{t_1}{t_2} = 1$ et donc : $\boxed{\mathrm{t}_1 = \mathrm{t}_2 = \mathrm{t}}$.

Le revenu du gouvernement est défini par : $T = t_1x_1 + t_2x_2 = t\frac{1}{1+t} + t\frac{1}{1+t} = \frac{2t}{1+t}$

$T = 1$ implique donc : $\frac{2t}{1+t} = 1$ soit $t = 1$.

Avec t = 1, la demande pour les deux biens vaut : $\boxed{x_1 = x_2 = \frac{1}{2}}$ et l'offre de travail : $\boxed{l = (1+t_1)x_1 + (1+t_2)x_2 = 2}$

c. On se place maintenant dans le cas où le gouvernement choisit de taxer le revenu de l'individu.
Ecrivez le programme de maximisation du consommateur adapté à ce nouveau contexte.
Déterminez la demande du consommateur pour les deux biens et son offre de travail.

La contrainte budgétaire du consommateur s'écrit désormais : $x_1 + x_2 = l - 1$
Et le programme de maximisation du consommateur devient :
Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$
s.c. $x_1 + x_2 = l - 1$

Le problème peut se résoudre tel que : Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - x_1 - x_2 - 1$

La condition nécessaire pour le bien i est : $\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} - 1 = 0$ soit : $\boxed{x_1 = x_2 = 1}$ et $\boxed{l = 3}$

d. Montrez que la taxation des biens est une taxation de second rang.

Le niveau d'utilité du consommateur en cas de taxation des biens est :

$$U = \log(x_1) + \log(x_2) - l = \log(\frac{1}{2}) + \log(\frac{1}{2}) - 2 = 2\log(\frac{1}{2}) - 2 \quad \text{soit} \quad \boxed{U = -3.39}$$

Le niveau d'utilité du consommateur en cas de taxation du revenu est :

$$U = \log(x_1) + \log(x_2) - l = \log(1) + \log(1) - 3 \quad \text{soit} \quad \boxed{U = -3}$$

Conclusion : La taxation du revenu est plus efficace que la taxation des biens (même montant prélevé et utilité du consommateur supérieure). La taxation du revenu utilisée dans cet exercice est une taxation idéale, non distorsive (dite "forfaitaire").

On peut montrer qu'une taxe proportionnelle sur tous les biens d'une économie est parfaitement efficace et équivalente à la taxation du revenu. Lorsque le temps de travail est endogène, le loisir doit cependant impérativement être inclus dans les biens à taxer. La difficulté à taxer le loisir est à l'origine des distorsions qui font des taxations de biens des taxations de second rang. C'est précisément ce qui se passe dans l'exercice : la taxation ne porte que sur deux des trois prix de l'économie (le salaire, qui peut être considéré comme le prix du loisir, est exclu du système de taxation), ce qui change le prix relatif entre consommation et loisir et génère des effets de substitution.